Operaciones con matrices. Ejercicios resueltos

Operaciones con matrices

Suma de matrices

Dadas dos o más matrices del **mismo orden**, el resultado de la suma es otra matriz del mismo orden cuyos elementos se obtienen como suma de los elementos colocados en el mismo lugar de las matrices sumandos.

Ejemplo:

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1+1 & 3+3 \\ -1+2 & 2-3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 6 \\ +1 & -1 \end{pmatrix}$$

Resta de matrices

Dadas dos o más matrices del **mismo orden**, el resultado de la resta es otra matriz del mismo orden cuyos elementos se obtienen como la resta de los elementos colocados en el mismo lugar de las matrices sumandos.
Ejemplo:

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1-1 & 3-3 \\ -1-2 & 2-(-3) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ -3 & +5 \end{pmatrix}$$

Multiplicación por un número

Para multiplicar una matriz cualquiera por un número real, se multiplican todos los elementos de la matriz por dicho número.

Ejemplo:

$$-2.\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2.1 & -2.\ 3 \\ -2.(-1) & -2.2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 & -6 \\ +2 & -4 \end{pmatrix}$$

Producto de matrices

El resultado de multiplicar dos matrices es otra matriz en la que el elemento que ocupa el lugar c_{ij} se obtiene sumando los productos parciales que se obtienen al multiplicar todos los elementos de la fila "i" de la primera matriz por los elementos de la columna "j" de la segunda matriz. Es decir, multiplicamos la primera fila por los elementos de la primera columna y el resultado será nuestro nuevo elemento. Para ello, **el número de columnas de la primera matriz debe coincidir con el de filas de la segunda.** Si no fuese así no podríamos realizar la operación.

Ejemplo:

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 2 & -3 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1.1 + 3.2 & 1.3 + 3.(-3) & 1.2 + 3.(-1) \\ -1.1 + 2.2 & -1.3 + 2.-3 & -1.2 + 2.(-1) \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 7 & -6 & -1 \\ +3 & -9 & -4 \end{pmatrix}$$

Observamos como la matriz resultante tiene el número de filas de la primera y el de columnas de la segunda.

Debemos recordar, que las matrices **no** tienen la propiedad conmutativa. En el caso de que se pudiera operar A.B y B.A el resultado por lo general puede ser diferente.

Resuelve las siguientes operaciones:

Dada las siguientes matrices

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} \; B = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -1 & -5 \end{pmatrix}$$

1) A – B; b) 2A – 3B; c) $(A – B)^2$; d) A·B ; e) B·A

A – B

$$A-B=\begin{pmatrix}1 & 3\\ -1 & 2\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}2 & 3\\ -1 & -5\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1-2 & 3-3\\ -1-(-1) & 2-(-5)\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-1 & 0\\ 0 & +7\end{pmatrix}$$

2A – 3B

$$2A-3B=2.\begin{pmatrix}1 & 3\\ -1 & 2\end{pmatrix}-3.\begin{pmatrix}2 & 3\\ -1 & -5\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2.1 & 2.3\\ 2.-1 & 2.2\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}3.2 & 3.3\\ 3.-1 & 3.-5\end{pmatrix}=$$

$$=\begin{pmatrix}2 & 6\\ -2 & +4\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}6 & 9\\ -3 & -15\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2-6 & 6-9\\ -2-(-3) & 4-(-15)\end{pmatrix}=$$

$$=\begin{pmatrix}-4 & -3\\ +1 & +19\end{pmatrix}$$

(A . B)²

$$(A.B)^2=\left(\begin{pmatrix}1 & 3\\ -1 & 2\end{pmatrix}.\begin{pmatrix}2 & 3\\ -1 & -5\end{pmatrix}\right)^2=\left(\begin{pmatrix}1.2+3.(-1) & 1.3+3.(-5)\\ -1.2+2.(-1) & -1.3+2.(-5)\end{pmatrix}\right)^2$$

$$=\left(\begin{pmatrix}-1 & -12\\ -4 & -13\end{pmatrix}\right)^2=\begin{pmatrix}-1 & -12\\ -4 & -13\end{pmatrix}.\begin{pmatrix}-1 & -12\\ -4 & -13\end{pmatrix}=$$

$$=\begin{pmatrix}-1.(-1)+(-12).(-4) & -1.(-12)+(-12).(-13)\\ -4.(-1)+(-13).(-4) & -4.(-12)+(-13).(-13)\end{pmatrix}$$

$$=\begin{pmatrix}+49 & +168\\ +56 & +217\end{pmatrix}$$

A·B

$$A.B=\begin{pmatrix}1 & 3\\ -1 & 2\end{pmatrix}.\begin{pmatrix}2 & 3\\ -1 & -5\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1.2+3.(-1) & 1.3+3.(-5)\\ -1.2+2.(-1) & -1.3+2.(-5)\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-1 & -12\\ -4 & -13\end{pmatrix}$$

B·A

$$B.A=\begin{pmatrix}2 & 3\\ -1 & -5\end{pmatrix}.\begin{pmatrix}1 & 3\\ -1 & 2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2.1+3.(-1) & 2.3+3.(2)\\ -1.1+(-5).(-1) & -1.3+2.(-5)\end{pmatrix}$$

$$=\begin{pmatrix}-1 & +12\\ -4 & -13\end{pmatrix}$$

Encontrar a, b, c, d sabiendo que :

$\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$

$$\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} a.1 + 2b & 3a - 3b \\ c + 2d & 3c - 3d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Realizamos dos sistemas de ecuaciones:

$$\left.\begin{matrix} a & +2b & = 1 \\ 3a & -3b & = -3 \end{matrix}\right\}$$

a= 1-2b

3(1-2b)-3b=-3
3-6b-3b=-3
-9b=-6
b=-6/-9=2/3

a=1-2/6= -1/3

$$\left.\begin{matrix} c & +2d & = 1 \\ 3c & -3d & = 0 \end{matrix}\right\}$$

c= d

(d)+2d=1
3d=1
d=1/3
c=1/3

Comprobación:

$$\begin{pmatrix} -1/3 & 2/3 \\ 1/3 & 1/3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Si tienes cualquier duda y quieres ponerte en contacto conmigo, puedes hacerlo escribiéndome a yosoytuprofe.miguel@gmail.com, o bien a través de mis perfiles en redes sociales (Facebook,Twitter,Instagram o Youtube).

Nos vemos en la siguiente clase.