Rango de una matriz

Recurso elaborado por
Miguel Ángel Ruiz Domínguez

#YSTP

Rango de matriz en función de un parámetro

En la clase de hoy vamos a aprender a resolver un ejercicio muy típico de los exámenes: calcular el rango de una matriz en función de un parámetro con ejercicios propuestos.

¿Qué es el rango de una matriz?

El rango de una matriz es el número de filas o columnas que son linealmente independientes.

¿Qué quiere decir que son linealmente independientes?

Linealmente independiente quiere decir que ninguno de ellas, las filas o columnas, puede ponerse en combinación lineal con las demás.

La dependencia o independencia lineal de una matriz la observamos principalmente entre sus filas aunque también es posible observarla entre sus columnas.

Por ejemplo, cabe mencionar que el rango de una matriz de 3×6 es, como mucho, 3. Es decir, el rango de una matriz m x n es, a lo sumo, el menor de los números “m” o “n”.

Para calcular el rango de una matriz podemos realizar distintos métodos, bien mediante determinantes o bien mediante el método de Gauss (te recomendamos repasar esta entrada previamente).

Las transformaciones que aplicamos a una matriz mediante este método no cambian su rango, conservando la dependencia e independencia lineal de las filas transformadas. De esta manera, haciendo ceros hasta obtener una matriz escalonada nos dará la información necesaria.

Así, el rango de la matriz resultante será el número de filas distintas de (0 0 0 ..0).

Ejemplo 1: Rango de una matriz

$$M = \begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & 2 \\ 2 & 1 & K \end{pmatrix}$$

Transformaciones:

Fila uno se mantiene

La fila dos le resto la fila uno.

Y la fila 3 le resto dos veces la fila uno.

De esta manera, la matriz resultante:

$$M = \begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & K+2 \end{pmatrix}$$

En este caso podemos comprobar cómo, independientemente del valor de k, ninguna fila será (0 0 0), por lo tanto, el rango de la matriz es 3.

Otra manera de estudiar el rango es mediante determinantes

Por ejemplo:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 0 \\ 0 & 3 & 2 \\ -1 & z & 2 \end{pmatrix}$$

Lo primero que hacemos es calcular el determinante de A.

$$|A| = \begin{vmatrix} 2 & 2 & 0 \\ 0 & 3 & 2 \\ -1 & z & 2 \end{vmatrix} = (12+0-4)-(0+4z+0) = 8-4z = 0$$

8-4z=0

4z=8

Z=8/4=2

z=2

Igualamos a 0 porque si el determinante de A es distinto de 0 el Rango es 3 porque serían linealmente independientes.

Si es 0, habría alguna fila o columna dependiente.

En este caso, ya sabemos que si Z es distinto de 2, el determinante no será cero, por tanto, el Rango(A) = 3.

Si z= 2 |A| = 0

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 0 \\ 0 & 3 & 2 \\ -1 & 2 & 2 \end{pmatrix}$$

Analizamos un menor, un subdeterminante, si este nos da distinto de cero, ya sabemos que las dos filas son independientes.

$$\begin{vmatrix} 2 & 2 \\ 0 & 3 \end{vmatrix} = 6-0 = 6 \neq 0$$

Por tanto, al ser distinto de cero, sabemos que para z= 2 el Rango(A) = 2.

Si tienes cualquier duda sobre algún ejercicio o problema, puedes dejar un comentario en el foro de esta misma entrada. De esta manera, otras personas podrán ver la consulta y la solución correspondiente y así contribuimos a compartir juntos.

¡No lo olvides! Síguenos en las redes ☺

Facebook,Twitter,Instagram o YouTube

Nos vemos en la siguiente clase.